

Multiple quantile regression for risk assessment

Regressione quantile multipla per la valutazione del rischio

Lea Petrella and Valentina Raponi

Abstract This paper proposes a maximum-likelihood approach to jointly estimate conditional marginal quantiles of multivariate response variables using a linear regression framework. We consider a slight reparameterization of the Multivariate Asymmetric Laplace distribution proposed by Kotz et al (2001) and exploit its location-scale mixture representation to implement a new EM algorithm to estimate model parameters. The idea is to extend the link between the Asymmetric Laplace distribution and the well-known univariate quantile regression model to a multivariate context. The approach accounts for association among multiple response variables and study how such association structure and the relationship between responses and explanatory variables can vary across different quantile levels of the conditional distribution of the responses. A penalized version of the EM algorithm is also presented to tackle the problem of variable selection. The validity of our approach is analyzed in a simulation study, where we also provide evidence on the efficiency gain of the proposed method compared to estimation obtained by separate univariate quantile regressions. A real data application is finally proposed to study the main determinants of financial distress in a sample of Italian firms.

Abstract *Questo lavoro propone un approccio di massima verosimiglianza per stimare congiuntamente i quantili marginali condizionati associati a variabili risposta multivariate, in un contesto di modelli di regressione lineare multivariata. Viene considerata una leggera riparametrizzazione della distribuzione Asimmetrica di Laplace Multivariata proposta da Kotz et al. (2001) e viene proposto un nuovo algoritmo EM per la stima dei parametri del modello, sfruttando la particolare rappresentazione a mistura tipica della distribuzione Asimmetrica di Laplace. L'idea è quella di estendere il link esistente tra la distribuzione di Laplace e il modello*

Lea Petrella
MEMOTEF Department, Sapienza University of Rome, Rome, Italy e-mail:
lea.petrella@uniroma.it

Valentina Raponi
MEMOTEF Department, Sapienza University of Rome, Rome, Italy e-mail:
valentina.raponi@uniroma1.it

di regressione quantile univariato ad un contesto multivariato. L'approccio proposto consente di tenere conto dell'eventuale associazione esistente tra le variabili risposta e intende studiare come tale struttura di associazione vari quando si considerano diversi quantili della distribuzione condizionata della variabile risposta. Viene inoltre proposto un algoritmo EM penalizzato (PEM) per affrontare il problema di selezione delle variabili. La validità del nostro approccio viene analizzata attraverso uno studio di simulazione, attraverso il quale viene anche mostrato il guadagno in termini di efficienza del modello proposto rispetto alla stima ottenuta da (separate) regressioni quantili univariate. Infine, viene proposta un'applicazione empirica con l'obiettivo di studiare le determinanti principali del distress finanziario in un campione di aziende italiane.

Key words: Multiple quantiles, Quantile Regression, Multivariate Asymmetric Laplace Distribution, EM algorithm, Maximum Likelihood, Multivariate response variables.

References

1. Arslan, O., (2010). An alternative multivariate skew Laplace distribution: properties and estimation, *Statistical Papers*, Vol. 51, pp. 865–887.
2. Bastos, R., Pindado, J., (2013). Trade credit during a financial crisis: A panel data analysis. *Journal of Business Research*, Vol 6, pp. 614–620.
3. Cho, H., Kim, S., Kim, M., (2017). Multiple quantile regression analysis of longitudinal data: Heteroscedasticity and efficient estimation. *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 155, pp. 334–343.
4. Geraci, M., Bottai, M., (2007). Quantile regression for longitudinal data using the asymmetric Laplace distribution. *Biostatistics*, Vol. 8, pp. 140–154.
5. Koenker, R. (2017): Quantile Regression: 40 Years On. *Annual Review of Economics*. Vol. 9, pp 155–176.
6. Koenker, R., Bassett, G. (1978) Regression quantiles. *Econometrica*. Vol. 46, pp. 33–50.
7. Kotz, S., Kozubowski, T. J., Podgorski, K. (2001). The Laplace Distribution and Generalizations: A Revisit with Applications to Communications, Economics, Engineering, and Finance. Boston: Birkhauser.
8. Kozumi, H, Kobayashi, G., (2011). Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 81, pp. 1565–1578.
9. Pindado, J., Rodrigues L., De la Torre, C., (2008). Estimating financial distress likelihood. *Journal of Business Research*, Vol. 61, pp. 995–1003.
10. Yu, K. and Moyeed, R.A., (2001), Bayesian quantile regression. *Statistics and Probability Letters*, Vol. 54, pp. 437–447.